الفصل الثاني

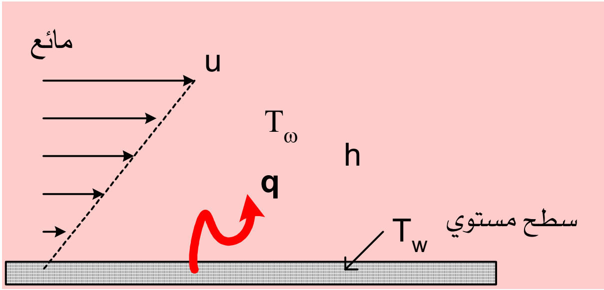
انتقال الحرارة بالحمل

Convection Heat Transfer

مقدمة :

كثيراً ما نستخدم المراوح في حياتنا العملية في التبريد فمثلاً لو وضعنا لوحاً ساخناً أمام مروحة فإن هذا اللوح سوف يبرد. وعندها نقول إن الهواء حمل الحرارة من على سطح اللوح إليه. ولكننا سوف نتساءل ما هو تأثير سرعة الهواء على معدل انتقال الحرارة؟ وهل إذا ضوعفت السرعة سوف يتضاعف معدل انتقال الحرارة؟ و هل معدل انتقال الحرارة سوف يتغير إذا استبدلنا الهواء بالماء؟

انتقال الحرارة بالحمل هو انتقال الحرارة بين سطح صلب والمائع الذي يسري فوق ذلك السطح. وانتقال الحرارة بالحمل يحمل التأثيرين الحمل والتوصيل معا. و كلما كانت حركة المائع سريعة كلما كان معدل انتقال الحرارة أكبر. ولتفسير طريقة انتقال الحرارة بالحمل نأخذ حالة مائع درجة حرارته T_∞ ينساب على سطح شريحة ساخنة درجة حرارتها T_W. ومن اليسير ملاحظة أن طبقة المائع الملامسة للشريحة تكون ساكنة بينما طبقة المائع البعيدة عن الشريحة تمشي بسرعة المائع، أي أن طبقات المائع في الاتجاه العمودي على الشريحة تأخذ شكلاً مشابها لتوزيع السرعة كما في شكل (٢- ١٣) حيث تساوي .سرعة المائع عند السطح صفراً و عليه فإن عملية انتقال الحرارة عند تلك النقطة تكون بالتوصيل..وبمعرفة معامل انتقال الحرارة بالتوصيل للمائع و التدرج في درجة حرارة المائع عند الطبقة القريبة من السطح يمكننا حساب معدل انتقال الحرارة باستخدام معادلة انتقال الحرارة بالتوصيل. إذا كان الأمر هو أن الحرارة تنتقل بالتوصيل عند الطبقة الملاصقة للسطح فلم التحدث إذن عن الحمل الحراري؟ الحقيقة هي أن التدرج في درجة حرارة المائع يعتمد اعتماداً مباشراً على سرعة المائع في نقل الحرارة من على السطح ولهذا السبب يمكننا القول أن التدرج في درجة الحرارة عند السطح يعتمد على توزيع سرعة المائع. لذا يجب أن نتذكر دائما أن انتقال الحرارة عند السطح يتم دائما بالتوصيل كما أن انتقال الحرارة بالحمل دائما يتطلب حركة المائع fluid motion.



شكل (٢ـ ١٣): انتقال الحرارة بالحمل من على سطح مستوٍ

الحمل الحر(الطبيعي): Natural convection

إذا وضعنا لوحاً ساخناً في غرفة بها هواء أبرد من اللوح و لا توجد أي وسيلة لتحريك هذا الهواء فإن الهواء الملامس للوح سوف يسخن فيتحرك إلى أعلى نتيجة لانخفاض كثافته فيلامس طبقات الهواء الباردة التي تعلو اللوح فيبرد وتزداد كثافته فينزل مرةً أخرى إلى اللوح الساخن،وهكذا يصعد ويهبط الهواء محدثاً ما يسمى بتيارات الحمل الحر حول اللوح الساخن فتعمل على نقل الحرارة منه إلى الهواء المحيط بدون استخدام أي وسيلة خارجية. لذا يسمى انتقال الحرارة في هذه الحالة بالحمل الحر (الطبيعي).

الحمل القسري(الجبري): Forced convection

أما إذا استخدمت وسيلة ما لتحريك الهواء على السطح كمروحة مثلا يصبح الحمل حملا جبريا. هنا يكون لدينا تحكم مباشر على حركة المائع وبالتالي نستطيع أن نصمم منظومات تفي بالتطبيقات المرغوبة في مجال التبريد وتكييف الهواء. يضاف إلى ذلك أنه يكون من الممكن أن نحصل على سرعات أعلى بكثير في حالة الحمل القسري مقارنة بالحمل الطبيعي وبالتالي الحصول على معدلات أكبر لانتقال الحرارة.

قانون نيوتن للتبريد Newton Law of Cooling

و للتعبير عن انتقال الحرارة بالحمل بين سطح ما ومائع يسري حوله نستخدم قانون نيوتن للتبريد:

$$q = h \times A(T_w - T_\infty) \qquad (2-10)$$

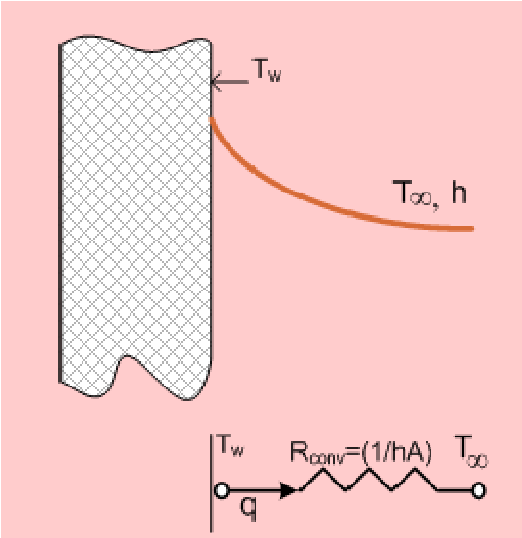
حيث h هو معامل انتقال الحرارة بالحمل $(W/m^2\ C)$ و A هي مساحة سطح الشريحة التي تنتقل خلالها الحرارة (m^2). ويمكن كتابة المعادلة السابقة بصيغة المقاومة الحرارية كالتالي:

$$q = \frac{T_w - T_\infty}{\left(\frac{1}{h \times A}\right)}$$

حيث $\left(\frac{1}{h \times A}\right)$ هي مقاومة المائع R لانتقال الحرارة. وبالتالي يمكن إعادة كتابة المعادلة:

$$q = \frac{T_w - T_\infty}{R}$$

ويبين شكل (٢- ١٤) تمثيل انتقال الحرارة بالحمل من سطح رأسي.



شكل(٢ ـ ١٤) يوضح مقاومة الحمل عند سطح معين

ويبين الجدول (٢- ٣) بعض قيم معامل انتقال الحرارة بالحمل حسب نوع وحالة المائع.

نوع الحمل الحراري	h (W/m^2 C)
حمل حر (هواء)	5-25
حمل جبري (هواء)	10-500
حمل جبري (ماء)	100-15000
غليان مياه	2500-25000
تكثيف بخار	5000-100000

الجدول (٢ ــ ٢) يوضح بعض القيم لمعامل انتقال الحرارة بالحمل h

مثال (٢ ـ ٧):

إذا كان معدل انتقال الحرارة من لوح معدني هو $1000\ W/m^2$ ودرجة حرارة سطح اللوح $120\ ^oC$ وكانت درجة حرارة الهواء المحيط $20\ ^oC$ ، احسب معامل انتقال الحرارة بالحمل.

الحل:

هذا المثال تطبيق مباشر لقانون نيوتن للتبريد

$$q = h \times A\,(T_w - T_\infty)$$

$$q/A = h \times (T_w - T_\infty)$$

$$1000 = h \times (120 - 20)$$

$$\therefore h = \frac{1000}{100} = 10\ \frac{W}{m^2\ ^\circ C}$$

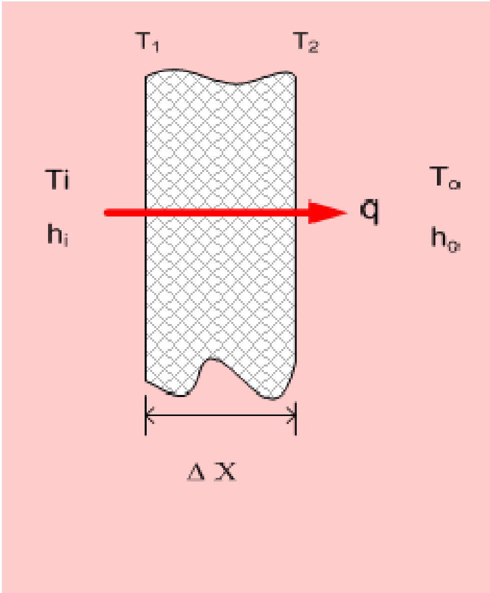
انتقال الحرارة خلال جدار مكون من طبقة واحدة مع وجود حمل داخلي وحمل خارجي:

إذا تخيلنا الحائط الموضح في شكل (٢- ١٥) سمكه Δx وله معامل انتقال الحرارة بالتوصيل k ومعامل انتقال الحرارة بالحمل الداخلي h_i والحمل الخارجي h_o ومساحة سطحه هي A . إذا كانت الحرارة تسري من الداخل إلى الخارج و باستخدام فكرة المقاومة الحرارية يمكن كتابة المعادلات التالية لمعدل انتقال الحرارة المستقر:

$$q = \frac{T_i - T_1}{R_{\text{حمل داخلي}}} \qquad (I)$$

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{توصيل}}} \qquad (II)$$

$$q = \frac{T_2 - T_o}{R_{\text{حمل خارجي}}} \qquad (III)$$



شكل (٢ ـ ١٥) انتقال الحرارة خلال جدار له حمل داخلي وحمل خارجي

من المعادلات السابقة يمكن استنتاج أن كمية الحرارة المنتقلة من المائع الداخلي إلى المائع الخارجي عبر الجدار تعطى بالمعادلة التالية:

$$q = \frac{(T_i - T_o)}{R_{conv_i} + R_{cond} + R_{conv_o}} \qquad (2-11)$$

وكما عرفنا سابقا أن مقاومة الحمل الداخلي هي $R_{conv_i} = \frac{1}{h_i \times A}$

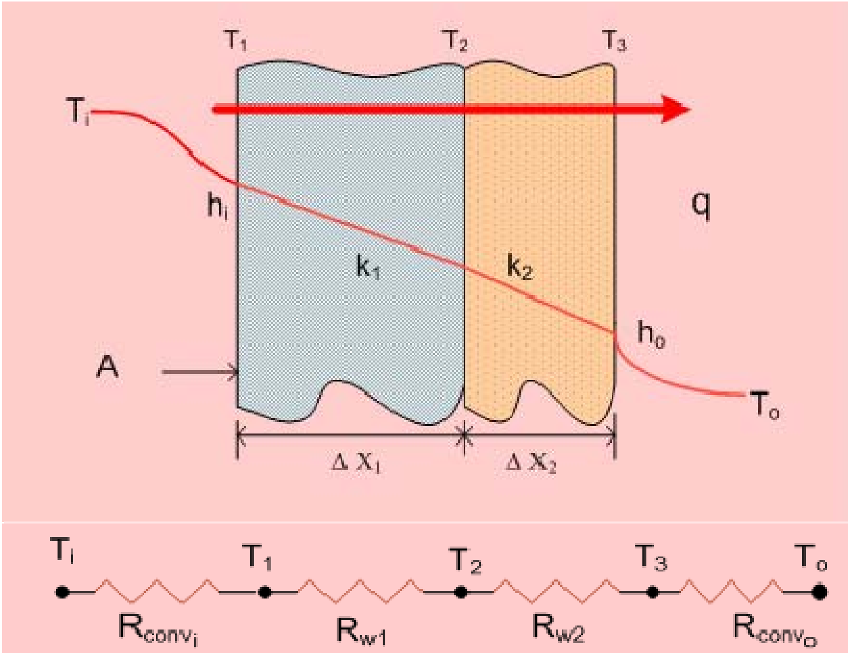
ومقاومة التوصيل لمادة الجدار هي $R_{cond} = \frac{\Delta x}{k \times A}$

ومقاومة الحمل الخارجي هي $R_{conv_o} = \frac{1}{h_o \times A}$

وعليه لو علمنا الخواص الحرارية والأبعاد ودرجات الحرارة الداخلية والخارجية حول جدار ما يمكن حساب معدل انتقال الحرارة من المائع الداخلي إلى المائع الخارجي باستخدام المعادلة (2-11) أعلاه.

أما في حالة الجدار المكون من عدة طبقات مع وجود حمل داخلي وآخر خارجي(شكل ٢- ١٦) فيمكن وبسهولة استنتاج أن معدل انتقال الحرارة يمكن حسابه بواسطة المعادلة التالية:

$$q = \frac{(T_i - T_o)}{R_{conv_i} + \sum R_{cond} + R_{conv_o}}$$



شكل(٢-١٦) جدار مكون من عدة طبقات مع حمل داخلي وآخر خارجي

مثال (٢ ـ ٨):

خزان ماء سمك جداره 10 mm وبه ماء درجة حرارته 90 °C . احسب معدل فقدان الحرارة للمتر المربع الواحد من مساحة سطح الجدار إذا كانت درجة حرارة الهواء المحيط 15 °C. خذ معامل التوصيل الحراري لمادة الجدار 50 W/m °C ومعامل الحمل الحراري للماء 2800 W/m^2 °C ومعامل الحمل الحراري للهواء المحيط 11 W/m^2 °C.

الحل:

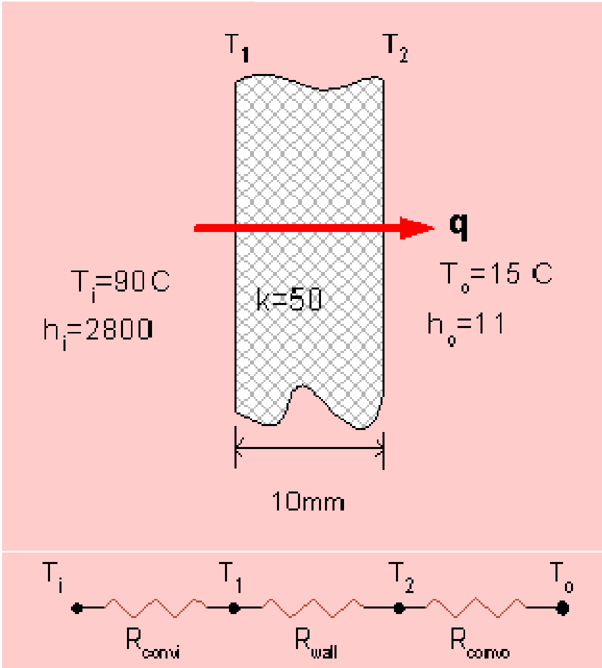
الشكل (٢ ـ ١٧) يوضح الجدار وعلى جانبيه الحمل الداخلي والخارجي للمثال (٢ ـ ٨).

نحسب مقاومة الحمل الداخلي:

$$R_{convi} = \frac{1}{h_i \times A} = \frac{1}{2800 \times 1} = 0.000357 \ {}^{\circ}C/W$$

نحسب مقاومة التوصيل لمادة الجدار:

$$R_{cond} = \frac{\Delta x}{k \times A} = \frac{0.01}{50 \times 1} = 0.0002 \ {}^{\circ}C/W$$



شكل (٢ ـ ١٧) رسم يوضح الجدار للمثال (٢ ـ ٨)

نحسب مقاومة الحمل الخارجي

$$R_{conv_o} = \frac{1}{h_o \times A} = \frac{1}{11 \times 1} = 0.0909$$

إذن مجموع المقاومات يساوي

$$0.000357 + 0.0002 + 0.0909 = 0.0915$$

يمكن حساب معدل انتقال الحرارة

$$q = \frac{(T_i - T_o)}{R_{conv_i} + R_{cond} + R_{conv_o}} = \frac{90-15}{0.0915} \approx 820 \quad \frac{W}{m^2}$$

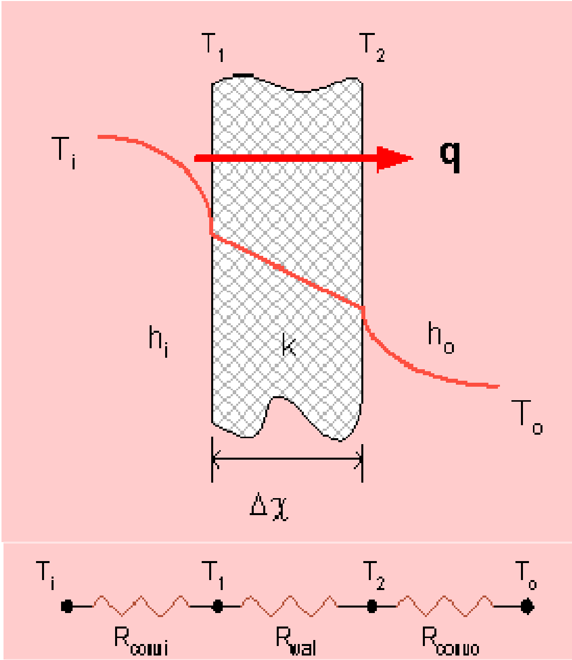
معامل انتقال الحرارة الكلي Overall heat transfer coefficient:

يمكن توصيف انتقال الحرارة خلال جدار محاط بمائعين من جهتيه، شكل(٢- ١٨) بالمعادلة التالية:

$$q = U \times A \times (T_i - T_o) \qquad (2-12)$$

حيث U هو معامل انتقال الحرارة الكلي. يمكن كتابة المعادلة (2-10) بصورة أخرى كالتالي:

$$q = \frac{(T_i - T_o)}{(\frac{1}{UA})} \qquad (2-13)$$



شكل (٢ ـ ١٨) انتقال الحرارة بالحمل والتوصيل

بمقارنة المعادلة (2-13) بالمعادلة (2-11) يمكن استنتاج الآتي:

$$\frac{1}{UA} = R_{conv_i} + R_{cond} + R_{conv_o}$$

أو بصورة أخرى:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{h_i A} + \frac{\Delta x}{kA} + \frac{1}{h_o A}$$

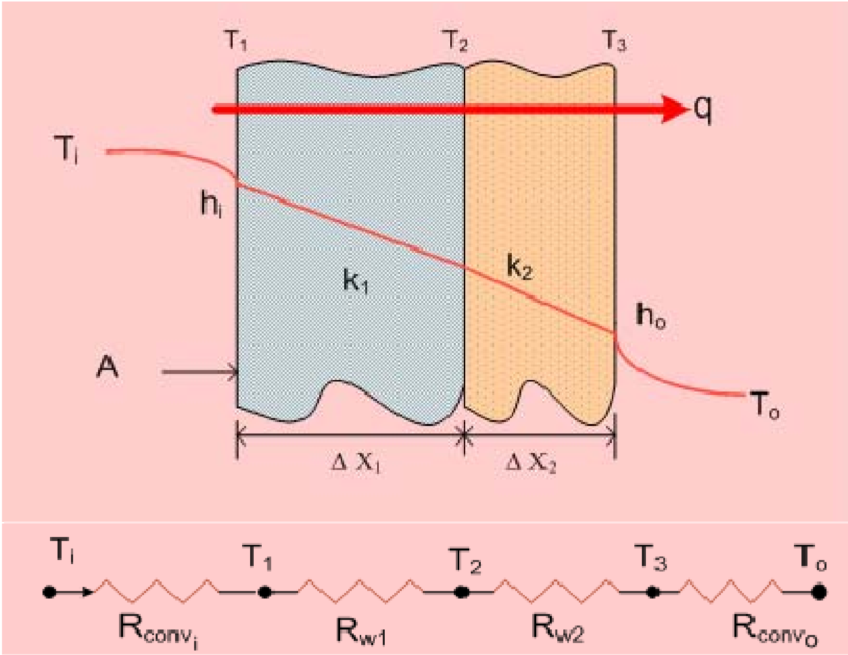
أو

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_o} \qquad (2-14)$$

المعادلة (2-14) هي المعادلة التي نحسب منها معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مكون من طبقة واحدة وعلى جانبيه حمل داخلي له معامل انتقال حرارة بالحمل h_i وحمل خارجي له h_o.

بالمثل يمكن استنتاج معادلة لمعامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مركب (مكون من طبقتين) وعلى جانبيه حمل داخلي وخارجي شكل (٢- ١٩) كالتالي:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{1}{h_o} \qquad (2-15)$$



شكل (٢ ـ ١٩) معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مركب مع الحمل

وبصورة عامة يمكن كتابة معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مكون من عدة طبقات كالتالي:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \sum\frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_o} \qquad (2-16)$$

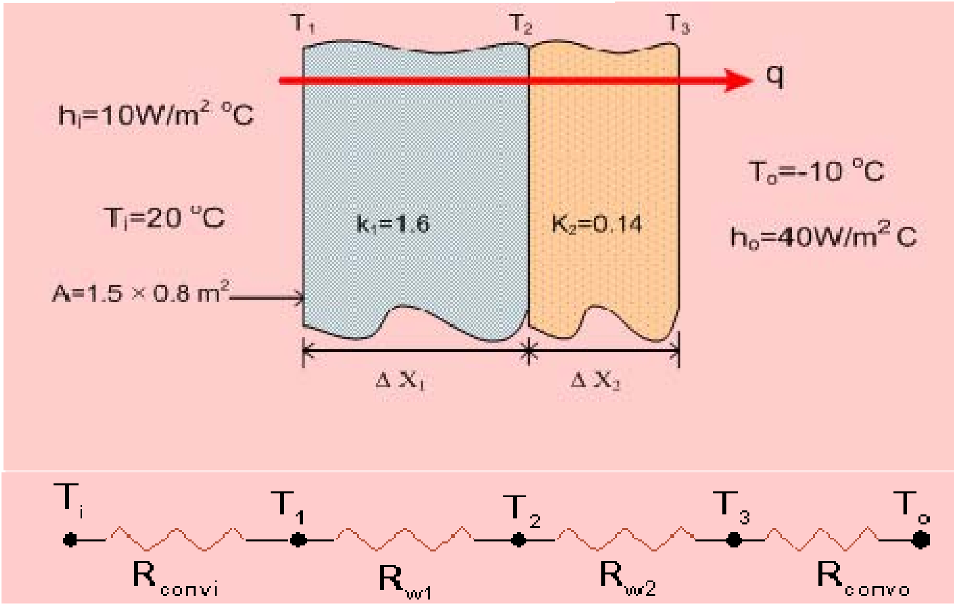
حيث $\sum\frac{\Delta x}{k}$ مجموع مقاومات الطبقات المكونة للجدار وh_i وh_o معاملات انتقال الحرارة بالحمل في الداخل والخارج.

مثال (٢ ـ ٩):

في الشكل الموضح أدناه (٢- ٢٠) احسب:

١. معامل انتقال الحرارة الكلي U
٢. معدل انتقال الحرارة.
٣. درجة الحرارة T_3

اتخذ سمك طبقة الجدار الداخلية 150mm وسمك طبقة الجدار الخارجية 50mm.



شكل (٢ ـ ٢٠) رسم للمثال (٢ ـ ٩)

الحل:

- لحساب معامل انتقال الحرارة الكلي U نستخدم المعادلة (2-15):

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{10} + \frac{0.15}{1.6} + \frac{0.05}{0.14} + \frac{1}{40} = 0.57589$$

$$U = 1.736 \frac{W}{m^{2\,o}C}$$

- لحساب معدل انتقال الحرارة q

نستخدم المعادلة (2-12):

$$q = U \times A \times (T_i - T_o)$$

$$q = 1.736 \times (1.5 \times 0.8) \times (20 - (-10)) = 62.496 \quad W$$

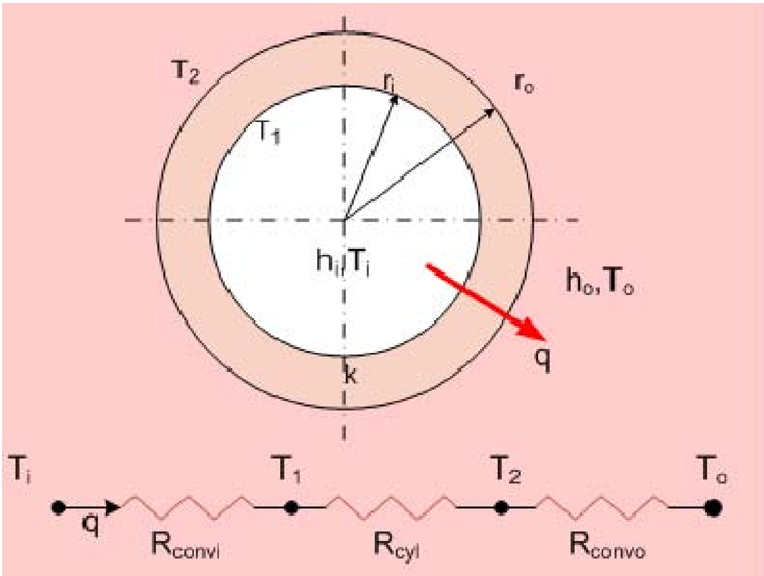
- لحساب درجة الحرارة T3:، نستخدام قانون نيوتن للتبريد بين السطح الخارجي والمائع الخارجي:

$$q = \frac{T_3 - (-10)}{\left(\frac{1}{h_o \times A}\right)} = \frac{T_3 + 10}{\frac{1}{40 \times 1.5 \times 0.8}} = \frac{T_3 + 10}{0.0208}$$

$$\therefore T_3 = -8.7 \ ^\circ C$$

معامل انتقال الحرارة الكلي U في حالة أسطوانة مجوفة مع حمل داخلي وخارجي:

يوضح الشكل (٢ ـ ٢١) أسطوانة مجوفة طولها L و نصف قطرها الداخلي r_i ونصف قطرها الخارجي r_o ومعامل انتقال الحرارة بالتوصيل لمادة الأسطوانة يساوي k . درجة حرارة المائع داخل الأسطوانة T_i ومعامل انتقال الحرارة بالحمل للمائع h_i ودرجة حرارة المائع حول الأسطوانة T_o ومعامل انتقال الحرارة بالحمل للمائع الخارجي h_o. يمكن حساب معدل انتقال الحرارة من داخل الأسطوانة إلى خارجها كالتالي:



شكل (٢ ـ ٢١) انتقال الحرارة خلال أسطوانة من طبقة واحدة مع الحمل

مقاومة المائع الداخلي (حمل داخلي)
$$R_{convi} = \frac{1}{h_i A_i}$$

مقاومة مادة الأسطوانة (توصيل)
$$R_{cyl} = \frac{ln\frac{r_o}{r_i}}{2\pi kl}$$

مقاومة المائع الخارجي (حمل خارجي)
$$R_{convo} = \frac{1}{h_0 A_o}$$

يمكن التعويض في معادلة انتقال الحرارة خلال عدة طبقات كالتالي:

$$q = \frac{T_i - T_o}{\sum R} = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{ln\frac{r_o}{r_i}}{2\pi kl} + \frac{1}{h_o A_o}} \qquad (2-17)$$

حيث A_i و A_o هي مساحة السطح الداخلية ومساحة السطح الخارجية للأسطوانة بالترتيب. إذا أسس معامل انتقال الحرارة الكلي على المساحة الداخلية (U_i) يمكن التعبير عن معدل انتقال الحرارة كالآتي:

$$q = U_i A_i (T_i - T_o) \qquad (2-18)$$

بمقارنة المعادلات (2-18) بالمعادلة (2-17) يمكن بكل سهولة استنتاج قيمة معامل انتقال الحرارة الكلي مؤسساً على المساحة الداخلية أو مؤسسا على المساحة الخارجية. عليه فإن:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{A_i \ln\frac{r_o}{r_i}}{2\pi kL} + \frac{A_i}{A_o h_o}$$

وإذا أسس معامل انتقال الحرارة الكلي على المساحة الخارجية(U_o) فإنه يمكن التعبير عن معدل انتقال الحرارة بالمعادلة التالية:

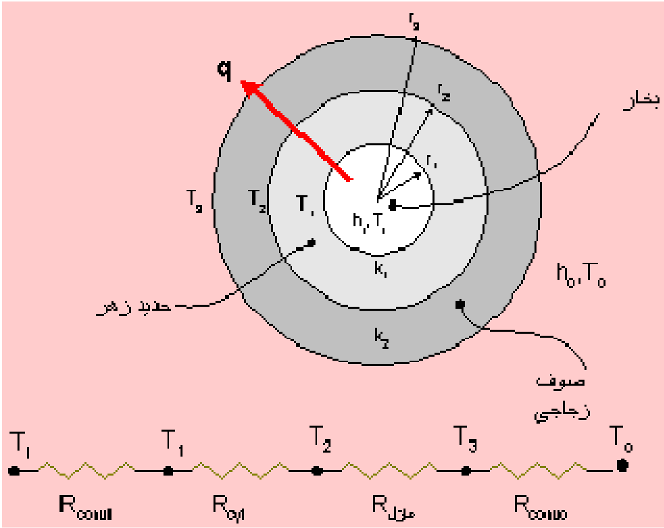
$$q = U_o A_o (T_i - T_o) \qquad (2-19)$$

وبالمثل فإن معامل انتقال الحرارة الكلي مؤسسا على المساحة الخارجية يعبر عنه كالتالي:

$$\frac{1}{U_o} = \frac{A_o}{A_i h_i} + \frac{A_o \ln\frac{r_o}{r_i}}{2\pi kL} + \frac{1}{h_o}$$

مثال (٢ ـ ١٠):

يسري بخار عند درجة حرارة 320 ^oC خلال أنبوب من الحديد الزهر (k=80w/m C) قطره الداخلي 5 cm وقطره الخارجي 5.5 cm محاط بالهواء الخارجي عند درجة حرارة 5 ^oC. تم عزل الأنبوب بطبقة من الصوف الزجاجي سمكها 3cm، معامل التوصيل الحراري له k=0.05W/m C. إذا كان معامل انتقال الحرارة للحمل الداخلي وللحمل الخارجي هما $60W/m^2C$ و $18W/m^2C$ على الترتيب، احسب معدل فقدان الحرارة من البخار لكل متر طولي من الأنبوب. احسب أيضا درجة حرارة الأنبوب الخارجية قبل العزل.



شكل (٢ ـ ٢٢) المثال (٢ ـ ١٠)

الحل:

تتكون المقاومة الحرارية لانتقال الحرارة من أربع مقاومات على التوالي هي مقاومة البخار ومقاومة الحديد الزهر ومقاومة الصوف الزجاجي ومقاومة الهواء الخارجي كما هو موضح في الشكل (٢- ٢٢).

نحسب أولا مساحة سطح الأنبوب الداخلية ومساحة سطح الأنبوب الخارجية كالتالي:

$$A_i = 2\pi r_i l = 2\pi \times 0.025 \times 1 \quad = 0.157\ m^2$$

$$A_o = 2\pi r_o l = 2\pi \times 0.0575 \times 1 \quad = 0.361\ m^2$$

ثم نحسب المقاومات:

$$R_{convi} = \frac{1}{A_i h_i} = \frac{1}{0.157 \times 60} \quad = 0.106\ \frac{°C}{W}$$

$$R_{cyl} = \frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi k_1 l} = \frac{ln\dfrac{2.75}{2.5}}{2\pi(80)(1)} \quad = 0.0002\ \frac{°C}{W}$$

$$R_{insulation} = \frac{ln\frac{r_3}{r_2}}{2\pi k_2 l} = \frac{ln\frac{5.75}{2.75}}{2\pi(0.05)(1)} \quad = 2.35\ \frac{°C}{W}$$

$$R_{convo} = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{18 \times 0.361} = 0.154\ \frac{°C}{W}$$

إذن مجموع المقاومات تساوي

$$0.106 + 0.0002 + 2.35 + 0.154 = 2.61\ °C/W$$

ومعدل انتقال الحرارة

$$q = \frac{T_i - T_o}{\sum R} \quad = \frac{320 - 5}{2.61} \quad = 120.7\ W/m$$

لحساب درجة الحرارة بين الأنبوب والعازل :

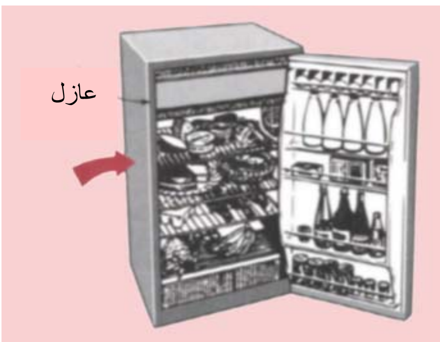
$$q = \frac{T_i - T_2}{R_{convi} + R_{cyl}} = \frac{320 - T_2}{0.106 + 0.0002} = \frac{320}{0.1062}$$

$$120.7 = \frac{320 - T_2}{0.1062} \Rightarrow T_2 = 320 - 120.7 \times 0.1062 = 307.18\ °C$$

Thermal Insulation العزل الحراري

العازل الحراري هو مادة أو مجموعة مواد تستخدم أساسا لتقاوم سريان الحرارة خلالها. وتصنع معظم المواد العازلة الحرارية من مجموعة مواد ذات موصلية حرارية منخفضة وغالبا ما تكون فيها جيوب هوائية. وهذا غير مستغرب إذ أن الهواء متوفر وله واحدة من أقل الموصليات الحرارية بين مختلف المواد. كما ذكرنا فإن العزل الحراري يستخدم كمقاوم للحرارة ويلعب دورا أساسيا في تصميم وتصنيع كل النظم التي تراعى فيها عملية حفظ وتوفير الطاقة.لقد أجريت دراسة في عام ١٩٩١ أثبتت أن العزل الحراري في النظم الحرارية وفر ما قدره ٦٠ بليون دولار في الولايات المتحدة الأمريكية وذلك عندما استخدمت العوازل المناسبة وتمت صيانة نظم العزل القديمة.

إن العزل الحراري ليس وقفا على الأسطح الساخنة فقط وإنما يستخدم أيضا في عزل الأسطح الباردة مثل خطوط الماء المثلج ومجاري الهواء في نظم التكييف المركزي ومستودعات الخزن البارد والشاحنات الباردة. ويستخدم العزل أيضا في الثلاجات المنزلية ، شكل (٢- ٢٣)، لتقليل الحرارة المتسربة من الجو المحيط إلى داخل الثلاجة. كما تعزل المنازل لتقليل استهلاك الكهرباء في تكييف ذلك المنزل.



شكل (٢ ـ ٢٣) العازل في الثلاجة المنزلية يقلل من انتقال الحرارة لداخلها

من أهم العوازل المستخدمة في مجال التدفئة والتكييف المركزي الفلين cork ولارتفاع ثمنه استخدم بدلا عنه وبصورة كبيرة الزجاج الليفي fiberglass والذي يأتي في عدة أشكال مختلفة.

السمك الحرج للعازل Insulation Critical Thickness

من المعروف أنه بإضافة مادة عازلة لجدار ما يقلل من معدل انتقال الحرارة خلال ذلك الجدار وأن زيادة سمك المادة العازلة دائما يزيد في التقليل من معدل انتقال الحرارة. أي بمعنى كلما زاد سمك العازل قل معدل انتقال الحرارة .وهذا المفهوم متوقع لأن مساحة سطح الجدار (A) ثابتة وإضافة مادة العازل للسمك تزيد من المقاومة الحرارية للجدار دون أن تؤثر على المقاومة الحرارية للحمل.

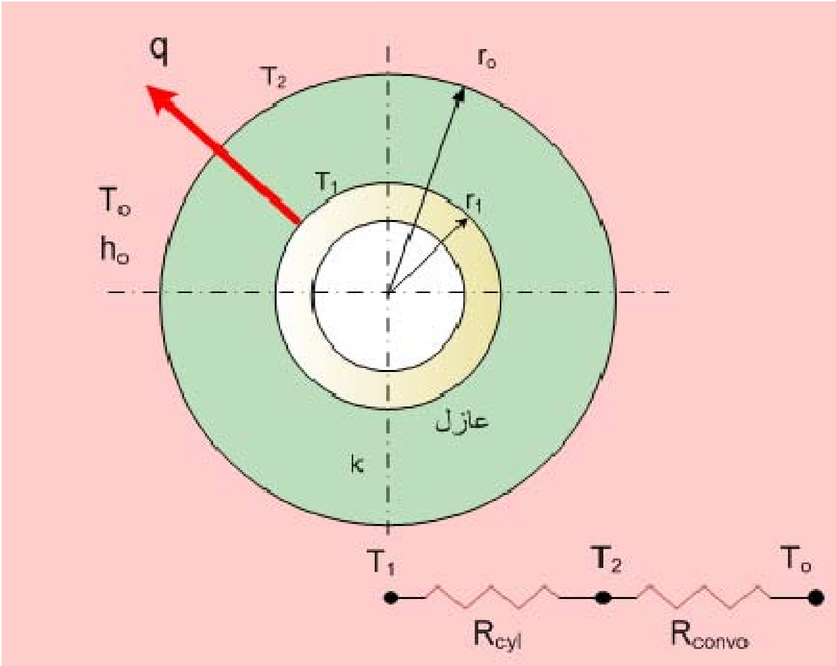
أما في حالة الأنابيب الأسطوانية والأشكال الكروية فإن زيادة سمك العازل يزيد من المقاومة الحرارية بالتوصيل لمادة العازل ولكنه يقلل من المقاومة الحرارية بالحمل للسطح الخارجي نتيجة لزيادة مساحة السطح الخارجي. وبالتالي يزداد أو يقل معدل انتقال الحرارة تبعا لغلبة أي من المقاومتين:

لو أخذنا أنبوباً أسطوانياً ، شكل (٢ ـ ٢٣)، له نصف قطر خارجي r_1 ودرجة حرارة سطحه الخارجي T_1 ومعزول بمادة عازلة لها موصلية حرارية قدرها k والقطر الخارجي للعازل r_o. تفقد الحرارة للجو المحيط الذي درجة حرارته T_o ومعامل انتقال حرارة بالحمل h .يمكن التعبير عن معدل انتقال الحرارة q من سطح الأنبوب إلى البيئة المحيطة بالمعادلة التالية:

$$q = \frac{T_1 - T_o}{\frac{ln\frac{r_o}{r_1}}{2\pi kl} + \frac{1}{h_o(2\pi r_o l)}}$$

ونلاحظ من هذه المعادلة أن q لها قيمة عظمي عند قيمة معينة لـ r_o. ولحساب نصف القطر نفاضل هذه المعادلة بالنسبة لـ r_o ثم نساوي التفاضل بالصفر فنصل إلى الآتي:

$$r_o = \frac{k}{h_o} \qquad (2-20)$$



شكل (٢ ـ ٢٣) أسطوانة معزولة مع حمل خارجي

قيمة r_o المعطاة بواسطة المعادلة (2-20) هي ما يعرف بنصف القطر الحرج للعازل r_{cr} .

يمكن ملاحظة أن نصف القطر الحرج للعازل يعتمد على موصلية المادة للحرارة k ومعامل انتقال الحرارة بالحمل على سطح العازل h_o . ومعنى ذلك أن معدل انتقال الحرارة يصل إلى أعلى قيمة له عند نصف القطر الحرج للعازل r_{cr}. ويقل معدل انتقال الحرارة عندما يزيد نصف قطر العازل أو يقل عن نصف القطر الحرج للعازل.

السؤال الهام والذي يجب أن نسأله دائما : هل نحن في حاجة لأخذ نصف القطر الحرج في الاعتبار دائما عندما نعزل مثلا أنابيب المياه الحارة في نظم التكييف المركزي مثلا؟ هل نتأكد من أن سمك العزل في هذه الأنابيب يجب أن يتعدى نصف القطر الحرج حتى نضمن أن معدل انتقال الحرارة سوف يقل؟

وللإجابة على هذا التساؤل نحسب قيمة متوسط نصف القطر الحرج للعازل في حالة ماسورة معزولة بمادة لها معامل توصيل قدره $0.05\ W/m^oC$ كقيمة متوسطة ومعرضة للهواء حيث معامل انتقال بالحمل الحر هي $5\ W/m^2\ ^oC$ كقيمة متوسطة أيضاً. وبالتالي يكون نصف قطر العازل الحرج كالآتي:

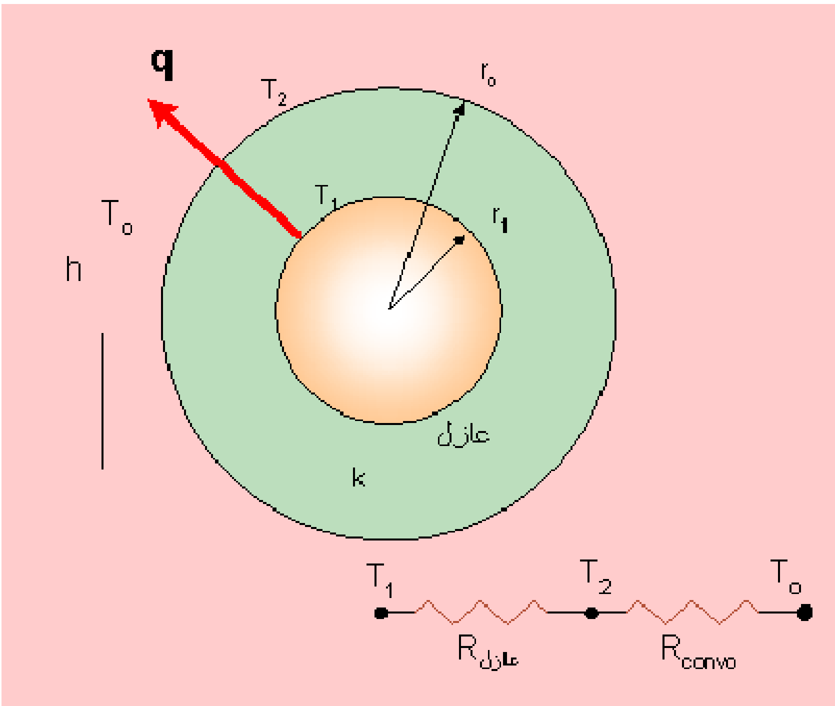
$$r_{cr,max} = \frac{k_{max}}{h_{min}} \approx \frac{0.05\ W/m\,°C}{5\ W/m^2°C} = 0.01\,m = 1\,cm$$

وفي حالة الحمل الجبري سوف يكون أقل من ذلك بكثير (أقل من 1mm) نسبة للزيادة الكبيرة في قيمة h لهذا السبب فإننا يمكن أن نعزل أنابيب الماء الحار والبخار بأي سمك من العازل دون الانزعاج من زيادة معدل انتقال الحرارة.

أما في حالة الأسلاك أو الكيبلات الكهربية فإن أنصاف أقطارها يمكن أن تكون أقل من نصف القطر الحرج للعازل وبالتالي فإن عزل هذه الكيبلات بمادة البلاستك حقيقة سوف يزيد من معدل انتقال الحرارة من هذه الكيبلات الكهربية وبالتالي تكون درجات حرارتها التشغيلية منخفضة.

مثال (٢ ـ ١١):

سلك كهربي معزول بمادة بلاستيكية (k=0.15 W/m C) قطره الداخلي 3 mm وقطر عازله 7 mm وطوله 5m وموجود في وسط درجة حرارته 30 ^oC ومعامل انتقال الحرارة بالحمل له 12 W/m^2 ^oC. إذا كان التيار الكهربي المار في هذا السلك يساوي 10A وفرق الجهد خلال هذا السلك كان 8 Volts، فاحسب درجة الحرارة بين السلك والعازل عند ظروف التشغيل المستقرة. احسب نفس درجة الحرارة عندما يكون السمك هو السمك الحرج للعازل.



شكل (٢ ـ ٢٤) المثال (٢ ـ ١١)

الحل:

١.   يمكن أن نفترض أن معدل انتقال الحرارة يساوي الحرارة المولدة نتيجة سريان التيار الكهربي خلال مقاومة السلك الكهربية (resistance heating) وبالتالي فإن:

$$q \quad = V \times I = 8\ volts \times 10\ A = \quad 80\,W$$

كما هو واضح من الشكل (٢- ٢٤) فإنه يمكن حساب مقاومة مادة العازل ومقاومة الحمل الخارجي.

مقاومة الحمل الخارجي

$$R_{convo} \quad = \frac{1}{h \times (2\pi r_o l)} \quad = \frac{1}{12 \times 2\pi \times 0.0035 \times 5} = 0.76\ {}^{\circ}C/W$$

مقاومة مادة العازل(توصيل)

$$R_{عازل} \quad = \frac{\ln \frac{r_o}{r_1}}{2\pi k l} = \frac{\ln \frac{3.5}{1.5}}{2\pi (0.15)(5)} \quad = 0.18\ {}^{\circ}C/W$$

ومن قانون معدل انتقال الحرارة

$$q = \frac{T_1 - T_o}{\sum R}$$

$$\therefore T_1 = T_o + q \times \sum R \quad = 30 + 80 \times (0.76 + 0.18) \quad = 105\ {}^{\circ}C$$

٢. عندما يكون السمك للعازل هو السمك الناتج من نصف القطر الحرج

$$\therefore r_o = \frac{k}{h} \quad = \frac{0.15}{12} \quad = 0.0125\ m = 12.5\ mm$$

$$R_{convo} \quad = \frac{1}{h \times (2\pi r_o l)} \quad = \frac{1}{12 \times 2\pi \times 0.0125 \times 5} = 0.2122\ {}^{\circ}C/W$$

$$R_{عازل} \quad = \frac{\ln \frac{r_o}{r_1}}{2\pi k l} = \frac{\ln \frac{12.5}{1.5}}{2\pi (0.15)(5)} \quad = 0.45\ {}^{\circ}C/W$$

$$\therefore T_1 = T_o + q \times \sum R \quad = 30 + 80 \times 0.6623 \quad \approx 83\ {}^{\circ}C$$

تحديد معامل انتقال الحرارة بالحمل

لقد ثبت بالتجربة أن خواص المائع كاللزوجة ومعامل التوصيل الحراري والحرارة النوعية والكثافة بجانب سرعة المائع لها تأثير مباشر على معدل انتقال الحرارة بالحمل وذلك لأن اللزوجة مثلا تؤثر في شكل و توزيع منحنى السرعة على السطح. إن المعادلات التي تحسب معدل انتقال الحرارة بالحمل هي علاقات معقدة جدا وذلك لاعتمادها على متغيرات متعددة وهذا غير مدهش لأن طريقة انتقال الحرارة بالحمل هي أكثر الطرق تعقيدا. وكما ذكرنا أن قانون نيوتن للتبريد هو العلاقة التي حسبنا بها معدل انتقال الحرارة بالحمل بين سطح صلب ومائع يسري على ذلك السطح. وهي العلاقة التي تستخدم في تعريف معامل انتقال الحرارة بالحمل h . يعرف معامل انتقال الحرارة بالحمل على أنه هو معدل انتقال الحرارة بين سطح صلب ومائع لكل متر مربع من مساحة ذلك السطح إذا كان الفرق في درجات الحرارة بين السطح والمائع درجة واحدة مئوية. وكما ذكرنا فإن معامل انتقال الحرارة بالحمل أيضا يعتمد على متغيرات متعددة وبالتالي يجعل من مهمة تحديده مهمة صعبة.

نلاحظ في حياتنا العملية اليومية موائع تسير بحركة بسيطة و أخرى تسير في دوامات مضطربة.حركة الموائع البطيئة هذه تعرف بالسريان الرقائقي حيث ينساب المائع في رقائق متوازية و متلاصقة بينما حركة الموائع المضطربة تعرف بالسريان المضطرب حيث ينساب المائع في دوامات مستمرة و متداخلة و لمعرفة هذين النوعين من الانسياب بطريقة أكثر تحديدا نحدد أولا نوع السطح الذي ينساب عليه أو بداخله المائع و معرفة أيضا أبعاده و كذلك الخواص الفيزيائية للمائع مثل الكثافة و اللزوجة والحرارة النوعية ومعامل التوصيل الحراري.

ولتسهيل عملية تحديد معامل انتقال الحرارة بالحمل فإنه قد تم ربط خواص المائع في علاقات لا بعدية non-dimensionalتم التوصل إليها بعد تجارب عديدة. ومن أهم هذه العلاقات عدد رينولدز Reynolds Number وعدد نسلت Nusselt Number وعدد براندتل Prandtl number . ومن هذه العلاقات أمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل h .

الانسياب على سطح مستو:

نبدأ بحساب رقم رينولدز

$$Re_l = \frac{\rho \times u \times l}{\mu}$$

ورقم براندتل

$$Pr = \frac{\mu \times c_p}{k}$$

إذا كان $Re_l < 5\times10^5$ فإن الانسياب يكون رقائقياً. ويجب في هذه الحالة معامل انتقال الحرارة بالحمل من العلاقات اللابعدية للخواص كالآتي:

$$Nu_l = 0.664 \times Re_l^{0.5} \times Pr^{1/3}$$

$$Nu = \frac{h \times l}{k}$$ وحيث إن

وعليه فإن

$$h = (k/l) \times 0.664 \times \mathrm{Re}_l^{0.5} \times \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad (2-21)$$

أما إذا كان $\mathrm{Re}_l > 5 \times 10^5$

فإن الانسياب يكون دوامياً أو مضطرباً. في هذه الحالة فإن معادلة رقم نسلت التجريبية تكون كالتالي:

$$Nu_l = 0.036 \times Re_l^{0.8} \times Pr^{1/3}$$

وعليه يمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل من العلاقة:

$$h = (k/l) \times 0.036 \times \mathrm{Re}_l^{0.8} \times \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad (2-22)$$

الانسياب داخل الأنابيب:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{\rho \times V \times D}{\mu}$$

إذا كان $\mathrm{Re}_D < 2300$

فإن الانسياب يكون رقائقياً، ويكون رقم نسلت له قيمة ثابتة.

$$\mathrm{Nu}_D = 4.364$$

وعليه يمكن حساب معامل انتقال الحرارة بالحمل من العلاقة:

$$h = 4 \cdot 364 \times (k/l) \qquad (2-23)$$

أما إذا كان $\mathrm{Re}_D > 2300$

فإن الانسياب يكون دوامياً أو مضطرباً. وفي هذه الحالة فإن رقم نسلت يحسب من العلاقة التجريبية المشهورة التالية:

$$Nu_D = 0.023\, Re_D^{0.8} \times Pr^{0.4}$$

ويحسب معامل انتقال الحرارة بالحمل من العلاقة:

$$h = (k/D) \times 0.023\, \mathrm{Re}_D^{0.8} \times \mathrm{Pr}^{0.4} \qquad (2-24)$$

وبصفة عامة فإن انتقال الحرارة بالحمل يتم بين الأسطح المختلفة (مستوية، دائرية، ....إلخ) و بين الموائع المتحركة عليها أو بداخلها و قانون نيوتن لحساب معدل انتقال الحرارة بالحمل هو:

$$q = h\ A\left(T_w - T_\infty\right)$$

يجب التنويه هنا إلى أن المعادلات التجريبية التي تحكم عملية انتقال الحرارة بالحمل الحر والحمل القسري هي معادلات معقدة وكثيرة ولها شروط مختلفة في تطبيقها ولسنا هنا وفي هذا المنهج المبسط في انتقال الحرارة بصدد دراستها ونكتفي بما ذكرناه في هذا الصدد.

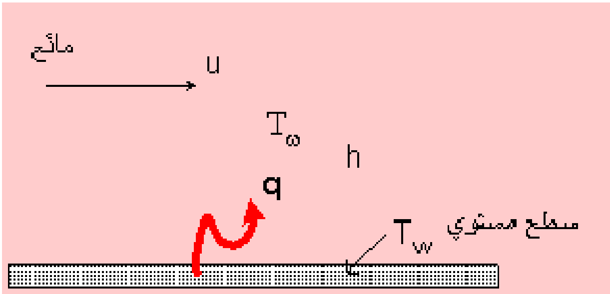
مثال (٢ ـ ١٢):

ينساب هواء درجة حرارته $15\ ^oC$، شكل (٢- ٢٥)، على سطح مستو طوله 1m ودرجة حرارته $60\ ^oC$ بسرعة 3 m/sec. احسب ما يأتي:

- معامل انتقال الحرارة بالحمل h
- معدل انتقال الحرارة لكل متر من السطح المستوٍ.

اتخذ خواص الهواء كالآتي:

$$c_p = 1000\ J/kg \text{ و } k = 0.0267 W/m^oC \text{ و } \mu = 0.864\times10^{-5} kg/m/s \text{ و } \rho = 1.137 kg/m^3$$



شكل (٢ ـ ٢٥): انتقال الحرارة بالحمل من على سطح مستو

الحل:

نبدأ بحساب رقم رينولدز

$$R_l = \frac{\rho\times u\times l}{\mu} = \frac{1.137\times3\times1}{0.864\times10^{-5}} = 3.947\times10^5$$

نحسب رقم براندتل

$$\Pr = \frac{\mu\times c_p}{k} = \frac{0,864\times10^{-5}\times1000}{0.0267} = 0.325$$

وحيث إن $R_l < 5\times10^5$، إذن الانسياب رقائقي ويكون معامل انتقال الحرارة بالحمل كالتالي:

$$Nu_l = (k/l)0.664 Re_l^{0.5}\Pr^{1/3} = (0.0267/1)0.664(3.947\times10^5)^{0.5}(0.325)^{1/3} = 7.657\frac{W}{m^2\,^oC}$$

الآن يمكننا حساب معدل انتقال الحرارة باستخدام قانون نيوتن للتبريد:

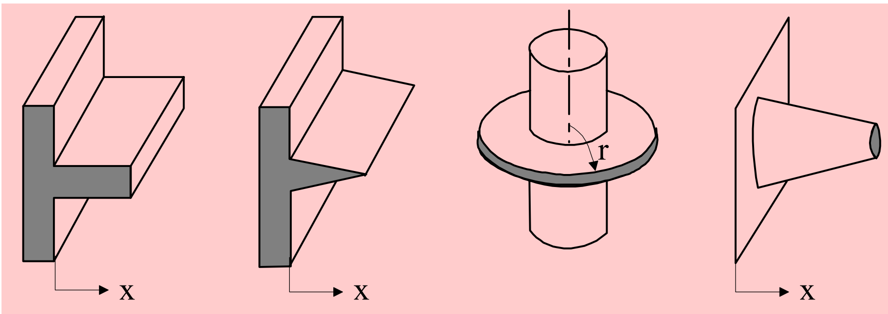
$$q = h\times A\times(T_w - T_\infty) = 7.657\times(1\times1)\times(60-15) = 344.56\,W$$

انتقال الحرارة من السطوح المزعنفة: Heat Transfer from Finned Surfaces

لقد ذكرنا أن معدل انتقال الحرارة بالحمل من على سطح ما يعبر عنه بواسطة قانون نيوتن للتبريد:

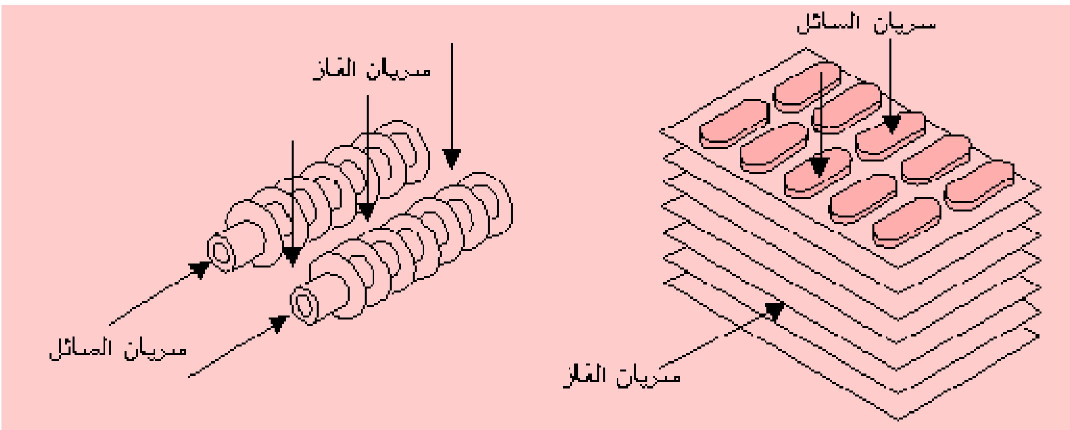
$$q = h \times A\,(T_w - T_\infty)$$

هناك طريقتان لزيادة معدل انتقال الحرارة هما زيادة معامل انتقال الحرارة بالحمل h و زيادة المساحة التي تنتقل عبرها الحرارة A. يمكن زيادة معامل انتقال الحرارة بالحمل h باستخدام مضخة أو مروحة ولكن هذه الطريقة يمكن أن تكون غير كافية. وعليه فإن زيادة المساحة A بإضافة سطوح ممتدة تسمى بالزعانف لنزيد من المساحة التي تنتقل عبرها الحرارة. وتتخذ الزعانف أشكالاً كثيرة، ويوضح شكل (٢- ٢٦) بعض هذه الأشكال.



شكل (٢-٢٦) أشكال الزعانف

تستخدم السطوح المزعنفة في المبادلات الحرارية مثل المبخرات و المكثفات المستخدمة في دوائر التبريد وفي رادياترات السيارات وغيرها، ويوضح شكل (٢- ٢٧) بعض أشكال هذه المبادلات الحرارية.



شكل (2-27) مبادلات حرارية ذات زعانف

حساب الحرارة المنتقلة بواسطة الزعانف:

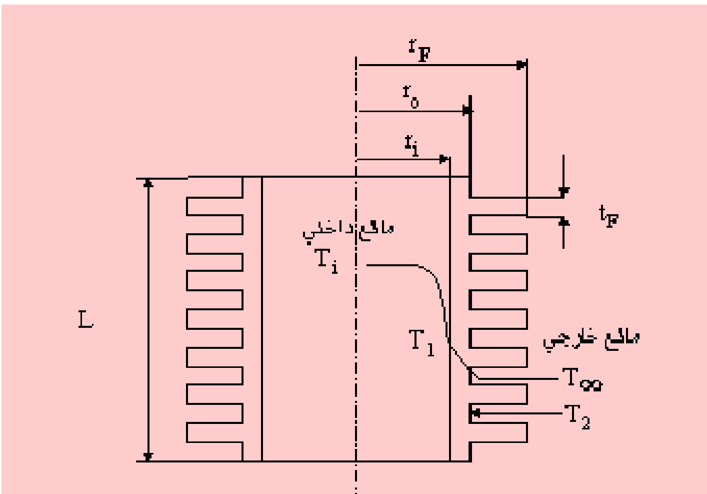
يمكن حساب الحرارة المنتقلة بواسطة الزعانف تبعاً للقانون التالي:

$$q = \eta_F \; A\, h\, (T_F - T_\infty) \qquad (2-25)$$

حيث η_F هي كفاءة الزعنفة و h هو معامل انتقال الحرارة بالحمل و A هي المساحة السطحية للزعنفة و T_F هي درجة حرارة جذر الزعنفة و T_∞ هي درجة حرارة المائع المحيط بالزعنفة.

حساب معامل انتقال الحرارة الإجمالي لأسطوانة ذات زعانف:

بالإشارة إلى الشكل (٢- ٢٨)، تنتقل الحرارة من المائع الداخلي للأسطوانة إلى الجدار الداخلي بالحمل ثم بالتوصيل عبر جدار الأسطوانة ثم بالحمل إلى المائع الخارجي عبر الجدار الخارجي للأسطوانة مع أسطح الزعانف.



شكل (2-28) مثال على الزعانف

الحرارة المنتقلة بالحمل الداخلي:

$$q = A_i h_i (T_i - T_1) \qquad (2-26)$$

الحرارة المنتقلة بالتوصيل:

$$q = \frac{2\pi\, k\, L}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} (T_1 - T_2) \qquad (2-27)$$

الحرارة المنتقلة بالحمل الخارجي مع وجود الزعانف:

$$q = A_o h_o (T_2 - T_\infty) + A_F h_o \eta_F (T_2 - T_\infty)$$
$$= A_o h_o (1 + \frac{A_F}{A_o}\eta_F)(T_2 - T_\infty) \qquad (2-28)$$

حيث:

$$A_o = 2\pi \times r_o (L - t_F \times n_F) \qquad (2-29)$$

$$A_F = \pi\left(r_F^2 - r_o^2\right) 2 \times n_F \qquad (2-30)$$

يمكن صياغة المعادلات (2-26, 2-27, 2-28) كالآتي:

$$T_i - T_1 = \frac{q}{A_i h_i} = R_i\ q \qquad (2-31)$$

$$T_1 - T_2 = \left(\frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi\ k\ L}\right) q = R_c\ q \qquad (2-32)$$

$$T_2 - T_\infty = \left(\frac{1}{A_o h_o (1 + \frac{A_F}{A_o})\eta_F}\right) q = R_o\ q \qquad (2-33)$$

بجمع المعادلات (2-29, 2-30, 2-32):

$$T_1 - T_\infty = q\,(R_i + R_c + R_o)$$

ومنها يكون معدل انتقال الحرارة الإجمالي:

$$q = \frac{T_i - T_\infty}{(R_i + R_c + R_o)} \qquad (2-34)$$

حيث:

$$R_i = \frac{1}{A_i h_i}$$

$$R_c = \left(\frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi\ k\ L}\right)$$

$$R_o = \left(\frac{1}{A_o h_o (1 + \frac{A_F}{A_o}) \eta_F} \right) \qquad (2-35)$$

مثال

أنبوبة بها زعانف خارجية كما هو موضح بشكل (٢- ٢٨) قطرها الداخلي 10 cm وسمكها 3 mm وطولها 50 cm مركب عليها عدد 50 زعانف سمك الواحدة منها 3 mm وقطرها الخارجي 20 cm. يسري هواء داخل الأنبوب عند درجة حرارة 70 ^oC ومحاطة بهواء خارجي درجة حرارته 30 ^oC. احسب معدل الحرارة المنتقلة عبر الأنبوب والزعانف ثم قارنه بحالة الأسطوانة بدون زعانف، ثم احسب درجة حرارة جذر الزعنفة في الحالة الأولى. اتخذ معامل انتقال الحرارة بالحمل الداخلي 15 $W/m^{2o}C$ الخارجي 3 $W/m^{2o}C$ وموصلية مادة الأسطوانة 54 $W/m^{2o}C$ وكفاءة الزعنفة 85%.

الحل:

- حساب معدل انتقال الحرارة مع وجود زعانف:

نحسب أولاً: مساحة سطح الأسطوانة الداخلي:

$$A_i = 2\pi r_i L = 2\pi \times 0.05 \times 0.5 = 0.157\, m^2$$

ثم نحسب مساحة سطح الأسطوانة الخارجي:

$$A_o = 2\pi r_o (L - n_F \times t_F) = 2\pi \times 0.053 \times (0.5 - 50 \times 0.003) = 0.117\, m^2$$

ثم نحسب مساحة أسطح الزعانف:

$$A_F = \pi (r_F^2 - r_o^2) 2 \times n_{FF} = \pi (0.1^2 - 0.053^2) \times 2 \times 50 = 2.259\, m^2$$

نحسب بعد ذلك مقاومات الحمل والتوصيل بما فيها الزعانف:

مقاومة الحمل الداخلي:

$$R_i = \frac{1}{A_i h_i} = \frac{1}{0.157 \times 15} = 0.4246$$

$$R_c = \left(\frac{ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\, k\, L} \right) = \frac{ln \frac{5.3}{5}}{2\pi \times 54 \times 0.5} = 0.000344$$

$$R_o = \left(\frac{1}{A_o h_o (1 + \frac{A_F}{A_o}) \eta_F} \right) = \frac{1}{0.117 \times 3 \times (1 + \frac{2.259}{0.117}) \times 0.85} = 0.165$$

ويكون معدل انتقال الحرارة في حالة وجود زعانف كالتالي:

$$q = \frac{T_i - T_\infty}{(R_i + R_c + R_o)} = \frac{70 - 30}{0.4246 + 0.000344 + 0.165} = 67.8\, W$$

- حساب معدل انتقال الحرارة بدون زعانف:

تتغير فقط قيمة المقاومة الخارجية:

$$A_o = 2\pi r_o L = 2 \times \pi \times 0.053 \times 0.5 = 0.1665\, m^2$$

$$R_o = \left(\frac{1}{A_o h_o} \right) = \frac{1}{0.1665 \times 3} = 2.002$$

ومنه يكون معدل انتقال الحرارة بدون زعانف:

$$q = \frac{T_i - T_\infty}{(R_i + R_c + R_o)} = \frac{70 - 30}{0.4246 + 0.000344 + 2.002} = 16.48\, W$$

أي أن معدل انتقال الحرارة يزيد في حالة الزعانف بنسبة 311% .

- حساب درجة حرارة جذر الزعانف:

$$T_2 = T_\infty + q\, R_o = 30 + 67.8 \times 0.165 = 41.2\ {}^oC$$